

基于非线性动力学稀疏识别的高速飞行器 气动参数辨识方法

李春娜^{1,2}, 马承骏^{1,2}, 季稳^{1,2}, 方宜申^{3,4}

(1. 西北工业大学 航天学院, 西安 710072)

(2. 陕西省空天飞行器设计重点实验室, 西安 710072)

(3. 空天飞行技术全国重点实验室, 雄安 071700)

(4. 北京空天技术研究所, 北京 100074)

摘要: 高速飞行器呈现气动特性高度非线性、飞行数据稀疏的特征, 导致传统参数辨识方法精度不足。提出一种基于非线性动力学稀疏识别的气动参数辨识方法, 通过构建包含飞行状态量多项式的候选基函数库, 利用松弛 Lasso 算法进行稀疏回归, 从短时间窗口的飞行数据中提取气动系统的关键动力学项, 辨识得到简洁、可解释的纵向气动力与力矩系数模型。基于高速滑翔飞行器的飞行仿真数据, 在开环激励阶段开展方法验证, 并与最小二乘法、极大似然法、反向传播神经网络及逐步回归法进行对比。结果表明: 非线性动力学稀疏识别方法在小样本条件下仍能实现气动系数的高精度辨识, 归一化均方根误差较传统方法降低 1~3 个数量级, 且对训练集数据规模具有良好的鲁棒性, 同时辨识的气动力模型具有较好的弹道重构能力与抗噪性能。

关键词: 气动参数辨识; 高速飞行器; 非线性动力学稀疏识别; 飞行动力学; 最小二乘

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

Sparse identification of nonlinear dynamics for aerodynamic parameter identification of hypersonic vehicles

LI Chunna^{1,2}, MA Chengjun^{1,2}, JI Wen^{1,2}, FANG Yishen^{3,4}

(1. School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(2. Shaanxi Aerospace Flight Vehicle Design Key Laboratory, Xi'an 710072, China)

(3. National Key Laboratory of Aerospace Flight Technology, Xiong'an 071700, China)

(4. Beijing Aerospace Technology Institute, Beijing 100074, China)

Abstract: To address the accuracy insufficiency of traditional parameter identification due to highly nonlinear aerodynamics and scarce flight data for hypersonic vehicles, this paper presents a SINDy-based approach. Using a candidate library of polynomial state terms and relaxed Lasso regression, the method extracts key dynamic terms from short-time flight data to identify concise longitudinal force and moment coefficient models. Validated on simulation data of a hypersonic glide vehicle under open-loop excitation, and compared with least squares, maximum likelihood, BP neural network, and stepwise regression, results show that the proposed method achieves high accuracy even with small samples, reducing normalized RMSE by 1~3 orders over traditional methods. It also shows strong robustness to training set size, and the identified model offers good trajectory reconstruction and noise resistance.

Key words: aerodynamic parameter identification; hypersonic vehicle; sparse identification of nonlinear dynamics; flight dynamics; least squares

收稿日期: 2026-04-08; 修回日期: 2026-06-16

通信作者: 李春娜(1982-), 女, 博士, 副教授。E-mail: chunnali@nwpu.edu.cn

引用格式: 李春娜, 马承骏, 季稳, 等. 基于非线性动力学稀疏识别的高速飞行器气动参数辨识方法[J]. 航空工程进展.

LI Chunna, MA Chengjun, JI Wen, et al. Sparse identification of nonlinear dynamics for aerodynamic parameter identification of hypersonic vehicles[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering. (in Chinese)

0 引言

在高速飞行器研制与设计过程中,准确气动特性的获取是动力学建模、控制系统设计、飞行状态评估与任务规划的基础^[1]。气动参数辨识能够从飞行试验数据中获取最贴合实际工况的气动特性,弥补风洞试验与数值计算难以复现真实飞行状态的缺陷^[2]。然而,高速飞行引发的强激波、气流分离等现象,导致气动特性呈现高度非线性^[3]。此外,高精度气动参数辨识通常需要飞行器处于无控制的自由运动状态,以充分激发运动模态,使飞行数据中包含足够的气动激励信息^[4];但由于安全性要求,高速飞行器在实际飞行中必须依赖控制系统维持稳定姿态,仅能在试验中短暂断开控制,导致可用于气动参数辨识的时间窗口短、飞行数据相对稀缺。上述两方面特点为高速飞行器气动参数的精准辨识带来了严峻挑战。

目前发展的气动参数辨识方法包含两类^[5]:模型驱动的气动参数辨识方法和数据驱动的气动参数辨识方法。

模型驱动的气动参数辨识方法主要包括最小二乘法(Least Squares Method, LSM)、卡尔曼滤波和极大似然(Maximum Likelihood Estimate, MLE)法。20世纪50年代初期,Greenburg^[6]首次应用LSM处理飞行试验数据,以确定飞机的稳定性与操纵性系数。该方法原理简单、易于实现,随后被广泛应用于工程试验中。在存在测量噪声和未知动态的飞机俯仰方向模型中,Bai等^[7]基于卡尔曼滤波方法,将时变气动参数辨识转化为状态估计问题,从而实现了有效的在线辨识。但该方法存在线性化截断误差,对非线性系统的适应性较差。MLE方法将参数辨识问题转化为似然函数的泛函极值问题,然后采用最速下降法等传统优化算法对似然函数进行优化求解。但传统优化算法对初值敏感、易陷入局部极值。大量学者通过引入差分进化等智能优化算法增强全局搜索能力^[8-10],并将这类优化算法应用于高速旋转弹、飞机等飞行器的气动参数辨识。

模型驱动的气动参数辨识方法需要预设气动模型,通过飞行动力学方程的约束,利用少量数据就能获得泛化性较好的气动力模型。这种方法具有较好的物理可解释性。然而,对于高速飞行器呈现的强非线性气动特性,传统的线性或简单非

线性模型难以对其准确描述^[11],而采用过于复杂的气动模型容易对训练数据过拟合,且选取的模型项之间易存在强相关性。

随着人工智能技术的发展,衍生出基于神经网络(例如人工神经网络、支持向量机等)的数据驱动的气动参数辨识方法。根据气动辨识过程是否引入物理信息,可将数据驱动的辨识方法分为数据驱动的辨识建模方法和融合物理约束的数据驱动辨识方法。针对数据驱动的辨识建模方法,Wei等^[12]利用滑动窗口内的实时飞行数据,建立气动力与力矩系数与飞行状态之间的支持向量回归模型,并通过对输入施加微小扰动,利用有限差分计算气动导数参数;Verma等^[13]采用极限学习机建立了气动系数的映射模型,并通过网络输出的解析求导获取气动导数。针对融合物理约束的数据驱动辨识方法,付军泉等^[14]将含待辨识的气动导数参数的飞行动力学方程作为正则项加入神经网络的损失函数,提出了一种基于物理信息神经网络的气动参数辨识方法,在保证精度的前提下,显著降低了数据规模的需求;胡碧宸等^[15]采用“离线学习+在线修正”策略,通过长短时记忆网络从历史数据中学习气动参数的时序特征,再通过递推最小二乘在线修正参数误差,将气动系数辨识误差从神经网络方法的10%降至5%以下。数据驱动的辨识建模方法非线性映射能力较强,可直接从飞行数据中学习气动特性与状态参数的复杂关系;但其对数据样本需求大,且模型预测能力依赖于给定样本的分布。针对这一问题,虽然可通过引入物理模型约束在小样本条件下保证辨识方法的辨识精度,然而神经网络的黑箱特性从根本上限制了方法可解释性与可靠性^[16]。

非线性动力学稀疏识别(Sparse Identification of Nonlinear Dynamics, SINDy)方法的兴起为解决上述难题提供了新路径。SINDy方法由Brunton等^[17]于2016年提出,其核心原理是基于物理系统的动力学方程通常仅由少数关键项主导的假设,通过稀疏回归从高维候选函数库中筛选有效项,自动挖掘系统的状态方程。该方法兼具机理模型的可解释性与数据驱动方法的灵活性,仅需少量数据即可构建兼顾精度与模型非线性的简约模型。Lee等^[18]利用SINDy辨识垂直起降无人机尾坐式飞行器在失速区的气动模型,并通过稀疏可解释的模型显著提升了飞行控制性能。此外,在

非定常气动建模中,童金阳等^[19]将SINDy与频域方法结合,针对翼型和三维飞行器构建了稀疏符号模型,有效捕捉了迟滞效应和相位滞后。尽管现有研究已经初步验证了SINDy在低速飞行器及常规气动建模中的优势与潜力,但其在高速飞行器气动参数辨识中的应用研究尚属空白,特别是针对飞行状态快速演化、飞行数据获取受限、气动特性呈现强非线性与耦合性的复杂辨识场景。

本文提出一种基于SINDy的面向短周期、强非线性气动数据的高速飞行器气动参数辨识方法。首先建立高速飞行器模型,并阐述SINDy方法的基本原理与算法流程;在此基础上,结合高速飞行器纵向运动方程,建立基于SINDy的气动参数辨识方法框架;最后,通过高速滑翔飞行器的飞行仿真数据,验证所提方法在数据稀缺条件下的有效性和辨识精度。

1 高速飞行器模型

本文采用文献[20]所述的一种高速滑翔飞行器为研究对象。在无风、地球为均质无旋圆球的情况下,假设飞行器在铅垂面内飞行,且飞行状态只受到升降舵激励输入扰动,建立如下的飞行器纵向运动方程组:

$$C_y = -3.3947 \times 10^{-2} + 6.3196 \times 10^{-5}M + 0.6002\alpha - 2.400 \times 10^{-2}M\alpha + 0.7155\alpha^2 + 1.360 \times 10^{-2}M\alpha^2 + 5.650 \times 10^{-4}M^2\alpha + 0.3414\alpha^3 + 5.060 \times 10^{-2}\delta_e \quad (3)$$

$$C_x = 3.8793 \times 10^{-2} + (-6.0709 \times 10^{-4})M - 5.550 \times 10^{-2}\alpha - 3.000 \times 10^{-3}M\alpha + 0.4616\alpha^2 - 2.980 \times 10^{-3}M\alpha^2 + 9.510 \times 10^{-5}M^2\alpha + 7.6940 \times 10^{-7}M^3 + 1.0413\alpha^3 \quad (4)$$

$$C_m = 1.1857 \times 10^{-2} + 1.1243 \times 10^{-5}M - 8.6525 \times 10^{-3}\alpha - 6.9479 \times 10^{-5}M\alpha - 3.7669 \times 10^{-5}\alpha^2 + 7.7540 \times 10^{-6}M\alpha^2 + 1.7260 \times 10^{-6}M^2\alpha - 2.4892 \times 10^{-6}\alpha^3 - 1.0460 \times 10^{-7}M\alpha^3 - 1.8860 \times 10^{-7}M^2\alpha^2 + 1.5567 \times 10^{-7}\alpha^4 + 1.2139 \times 10^{-3}\delta_e - 1.5053 \times 10^{-7}\delta_e^3 \quad (5)$$

式中: M 为飞行马赫数; δ_e 为飞行器升降舵偏角(公式中角度量均为弧度制)。

2 SINDy气动参数辨识方法

2.1 SINDy方法

SINDy是一种数据驱动的动力学系统建模方法,其核心在于稀疏性假设,即认为复杂动力学系统的状态方程可由少数关键项线性组合而成。因而该方法构建的模型在高维非线性函数空间中具有稀疏结构。针对一般非线性动力学系统,其状态方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{V} = (-X - mg \sin \theta)/m \\ \dot{\theta} = [Y - (mg - \frac{mV^2}{r}) \cos \theta]/(mV) \\ \dot{\omega}_z = M_z/J_z \\ \dot{y} = V \sin \theta \\ \dot{\vartheta} = \omega_z \\ \dot{\alpha} = \omega_z - \dot{\theta} \end{cases} \quad (1)$$

式中: y 为飞行高度; $r = y + R$ 为飞行器地心距(R 为地球半径); V 为飞行器的质心速度; ω_z 为俯仰角速度; θ 、 ϑ 和 α 分别为弹道倾角、俯仰角和攻角; m 和 J_z 分别为飞行器质量和转动惯量, g 为重力加速度; X 、 Y 和 M_z 分别为飞行器所受阻力、升力和俯仰力矩。具体表达式为

$$\begin{cases} Y = C_y \rho V^2 S/2 = C_y q S \\ X = C_x \rho V^2 S/2 = C_x q S \\ M_z = C_m \rho V^2 SL/2 = C_m q SL \end{cases} \quad (2)$$

式中: ρ 为大气密度; S 为飞行器参考面积, L 为飞行器平均气动弦长; q 为飞行动压; C_y 、 C_x 和 C_m 分别为升力系数、阻力系数和俯仰力矩系数。

基于文献[21]与文献[22]的模型进行整理与推导,得到气动系数方程,其定义如式(3)~式(5)所示。

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t)) \quad (6)$$

其中, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为系统在时刻 t 的状态向量, $u(t) \in \mathbb{R}^l$ 是控制输入向量, $f(\cdot)$ 是描述系统变化规律的非线性函数,即待识别的状态方程。SINDy方法主要通过数据收集、函数库构建和稀疏回归问题求解三个步骤实现对 $f(x(t), u(t))$ 的显式表达。

2.1.1 数据收集

首先,收集系统状态量 $x(t)$ 与控制量 $u(t)$ 的时间序列数据,并组织为如下所示的矩阵形式:

$$X = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n(t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_1(t_1) & x_2(t_1) & \cdots & x_n(t_1) \\ x_1(t_2) & x_2(t_2) & \cdots & x_n(t_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1(t_m) & x_2(t_m) & \cdots & x_n(t_m) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$U = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1(t) \\ \mathbf{u}_2(t) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_l(t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} u_1(t_1) & u_2(t_1) & \cdots & u_l(t_1) \\ u_1(t_2) & u_2(t_2) & \cdots & u_l(t_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1(t_m) & u_2(t_m) & \cdots & u_l(t_m) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: X 为状态量矩阵, U 为控制量矩阵, 矩阵的不同列代表系统不同状态或控制量的时序数据; $t_i (i=1, 2, \dots, m)$ 表示数据的采样时间。另外, 状态量的导数若无法直接测量得到, 可通过数值微分计算获取, 并将其组织为如式(9)的矩阵形式。

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{x}}_n(t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t_1) & \dot{x}_2(t_1) & \cdots & \dot{x}_n(t_1) \\ \dot{x}_1(t_2) & \dot{x}_2(t_2) & \cdots & \dot{x}_n(t_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{x}_1(t_m) & \dot{x}_2(t_m) & \cdots & \dot{x}_n(t_m) \end{bmatrix} \quad (9)$$

2.1.2 基函数库构建

基于 SINDy 的稀疏性假设, 系统的动力学规律可由少数关键基函数的线性组合进行描述。为此, 可根据经验或系统先验知识构建候选基函数库 $\Theta(X, U) \in \mathbb{R}^{m \times (\rho+1)}$, 其通常包含常数项、线性项、多项式项及三角函数项等常见非线性项。常用的基函数库形式可表示为:

$$\Theta(X, U) = [1, X, X^r, \dots, U, U^s, \dots, \sin(X), \cos(X), \dots] \quad (10)$$

式中, 1 表示常数项, 为元素为 1 的列向量; X 与 $X^r (r=2, 3, \dots)$ 分别表示状态量的线性项和多项式项; U 与 $U^s (s=2, 3, \dots)$ 分别表示控制量的线性项和多项式项。当 $r=2$ 时, 状态量的二次多项式基函数的矩阵表示如下:

$$X^2 = \begin{bmatrix} x_1^2(t_1) & x_1 x_2(t_1) & \cdots & x_2^2(t_1) & \cdots & x_n^2(t_1) \\ x_1^2(t_2) & x_1 x_2(t_2) & \cdots & x_2^2(t_2) & \cdots & x_n^2(t_2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_1^2(t_m) & x_1 x_2(t_m) & \cdots & x_2^2(t_m) & \cdots & x_n^2(t_m) \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中, 矩阵的行包括各状态分量的平方项、不同分量的交叉乘积项等所有二次项组合, 其余状态量或控制量多项式项矩阵表达可根据式(11)的形式类推得到。

2.1.3 稀疏回归问题求解

在收集的时间序列数据和构建的基函数库的基础上, SINDy 求解如下的稀疏回归问题:

$$\dot{X} = \Theta(X, U) \Xi \quad (12)$$

其中, $\Xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n] \in \mathbb{R}^{(\rho+1) \times n}$ 为待求解的稀疏系数矩阵。通过 L1 正则化稀疏回归求解系数, 目标函数构建为:

$$\hat{\xi}_k = \arg \min_{\hat{\xi}_k \in \mathbb{R}^{\rho+1}} \|\dot{X}_k - \hat{\xi}_k \Theta(X, U)^T\|_2 + \lambda_k \|\hat{\xi}_k\|_1 \quad (13)$$

其中, $\dot{X}_k$ 为 $\dot{X}$ 的第 k 行 (对应第 k 个状态的导数), $\|\cdot\|_2$ 为 L2 范数; $\|\cdot\|_1$ 为 L1 范数; λ_k 为正则化参数, 用于调整稀疏性约束的权重。

在标准的 SINDy 框架中, 稀疏回归通常可通过序列阈值最小二乘法 (Sequentially Thresholded Least Squares, STLS) 或 Lasso (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) 方法实现。STLS 采用交替的迭代过程逐步筛选稀疏项, 其变量选择具有离散性, 对数据扰动较为敏感^[23]。Lasso 可在变量选择的同时完成参数估计, 稳定性更优, 但其对所有系数施加相同的 L1 惩罚, 可能导致关键基函数的系数被过度压缩, 引入估计偏差。

为克服前述问题, 本文采用松弛 Lasso^[24] 方法进行稀疏回归, 该方法分为基函数选择与参数估计两个主要步骤。首先基于 Lasso 筛选出稀疏的基函数子集, 针对式(13)所示的回归问题, Lasso 可通过坐标下降算法^[25]迭代求解, 回归系数向量 $\hat{\xi}_k$ 中第 j 个量 $\hat{\xi}_{k,j} (j=1, 2, \dots, \rho+1)$ 的更新规则可表示如下式:

$$\hat{\xi}_{k,j} = \begin{cases} \hat{\xi}_{k,j}^{\text{OLS}} - \lambda_k, & \hat{\xi}_{k,j}^{\text{OLS}} > \lambda_k \\ 0, & -\lambda_k \leq \hat{\xi}_{k,j}^{\text{OLS}} \leq \lambda_k \\ \hat{\xi}_{k,j}^{\text{OLS}} + \lambda_k, & \hat{\xi}_{k,j}^{\text{OLS}} < -\lambda_k \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\hat{\xi}_k^{\text{OLS}}$ 为普通最小二乘估计值, 坐标下降算法每次只更新一个回归系数, 同时固定其他回归系数不变。整个坐标下降算法关于全部回归系数 $\{1, 2, \dots, \rho+1\}$ 循环迭代上述更新过程直到收敛。由式(14)可以看出, $[-\lambda_k, \lambda_k]$ 区间内的系数均被置

零,因此实现了回归系数的稀疏化。由此可见,正则化参数 λ_k 的选择对于模型的稀疏性影响很大,通常可以通过交叉验证的方式确定得到^[26]。经过初步的Lasso筛选后,动力学系统第 k 个状态量对应的基函数库子集 $\Theta_{\text{sparse}-k}(X, U)$ 可表示为:

$$\Theta_{\text{sparse}-k} = \{\Theta_k \cdot \mathbf{1}_{M_{\lambda_k}}\}_j \quad (15)$$

其中, $j \in [1, p+1]$; M_{λ_k} 为求解Lasso得到的回归系数集, $\mathbf{1}_{M_{\lambda_k}}$ 为用于关于 M_{λ_k} 的指示函数,由此基函数库子集可由式(17)确定。

$$M_{\lambda_k} = \{j \mid \hat{\xi}_{k,j} \neq 0, j \in \{1, \dots, p+1\}\} \quad (16)$$

$$\{\Theta_k \cdot \mathbf{1}_{M_{\lambda_k}}\}_j = \begin{cases} 0, & j \notin M_{\lambda_k} \\ \Theta_{k,j}, & j \in M_{\lambda_k} \end{cases} \quad (17)$$

随后在该子集上以普通最小二乘法重新估计系数 $\hat{\xi}_{\text{sparse}-k}$,从而在保持稀疏性的同时减少压缩偏差,提升估计的无偏性与预测准确性。

通过稀疏回归问题的求解, SINDy能够对动力学系统构建出一个简洁而精确的数学模型,得到最终的动力学系统状态方程表示为:

$$\dot{x}_k = f_k(x, u) = \Theta_{\text{sparse}-k}(x^T, u^T) \hat{\xi}_{\text{sparse}-k} \quad (18)$$

进一步将式(18)转化为矩阵形式:

$$\dot{x} = f(x) = \Xi_{\text{sparse}}^T (\Theta_{\text{sparse}}(x^T, u^T))^T \quad (19)$$

2.2 基于SINDy的气动参数辨识方法

以飞行器纵向运动为例,研究基于SINDy的高速飞行器气动参数辨识方法。首先,根据飞行动力学系统机理的已知程度对其满足的状态方程进行重构。对于气动参数辨识问题,飞行器状态量、控制输入、大气环境参数,以及质量、参考面积等物理几何参数通常可依靠估算或传感器测量获取;而气动力及力矩模型的具体表达式及其参数

$$\Theta_{\text{Aero}} = [1, \alpha, M, \delta_e, \alpha^2, M^2, \delta_e^2, M\alpha, \alpha\delta_e, M\delta_e, \alpha^3, M^3, \delta_e^3, M\alpha^2, \alpha^2\delta_e, M^2\alpha, M^2\delta_e, \delta_e^2\alpha, \delta_e^2M, M\alpha\delta_e] \quad (22)$$

基于SINDy的高速飞行器气动参数辨识流程如图1所示。针对本文高速滑翔飞行器研究对象,首先通过飞行动力学仿真试验获得所需的弹道时序数据与气动时序数据;在此基础上,综合考虑高速飞行器气动特性与模型可解释性,构建基函数库 Θ_{Aero} ,由此可将气动系数的非线性函数 $f_{\text{Aero}-k}$ 表

未知,需要进行辨识和估计。因此,可将飞行动力学系统状态方程分解为重力项等已知部分 $f_{\text{known}}(x, u)$ 和未知的空气动力学项 $f_{\text{Aero}}(x, u)$:

$$\dot{x} = f_{\text{known}}(x, u) + f_{\text{Aero}}(x, u) \quad (20)$$

具体地,将式(2)的气动力及力矩表达式代入式(1)的状态方程中,对其进行重构得到:

$$\begin{cases} \dot{V} = -g \sin \theta - \frac{qS}{m} \cdot \underbrace{[C_x(\alpha, M, \dots)]}_{f_{\text{Aero}-1}(x, u)} \\ \dot{\theta} = \left(\frac{V}{r} - \frac{g}{V} \cos \theta \right) + \frac{qS}{mV} \cdot \underbrace{[C_y(\alpha, M, \dots)]}_{f_{\text{Aero}-2}(x, u)} \\ \dot{\omega}_z = \frac{qSL}{J_z} \cdot \underbrace{[C_m(\alpha, M, \dots)]}_{f_{\text{Aero}-3}(x, u)} \\ \dot{y} = V \sin \theta; \dot{\varphi} = \omega_z; \dot{\alpha} = \omega_z - \dot{\theta} \end{cases} \quad (21)$$

式中,未知的空气动力学项为迎角、舵偏角等飞行状态量与控制量的函数,可通过SINDy算法进行稀疏辨识。然后需要确定气动系数的模型结构形式,即选取候选的基函数。气动系数本质上是飞行状态变量的光滑非线性函数,其在参考状态附近的局部行为可采用多元泰勒展开的一阶项进行有效逼近^[27]。然而,高超声速飞行伴随的气流分离、激波-附面层干扰等复杂流动现象,导致气动特性与攻角、马赫数及舵偏角之间呈现强烈的非线性耦合,传统线性模型已难以准确表征。为此,本文引入高阶多项式项作为补充,旨在以较低的计算代价有效捕捉系统的主要非线性特征。综合考虑高超声速气动力的物理机理,将气动系数的候选基函数构造为飞行状态量的多项式项组合,具体如下式所示:

示为飞行状态变量 x 和控制变量 u 的高阶多项式组合:

$$f_{\text{Aero}-k}(x, u) = \Theta_{\text{Aero}}(x^T, u^T) \xi_{\text{Aero}-k} \quad (23)$$

最后,根据松弛Lasso算法求解稀疏回归问题得到模型系数 $\xi_{\text{Aero}-k}$,便可辨识得到升力系数、阻力系数和俯仰力矩系数的稀疏形式模型。

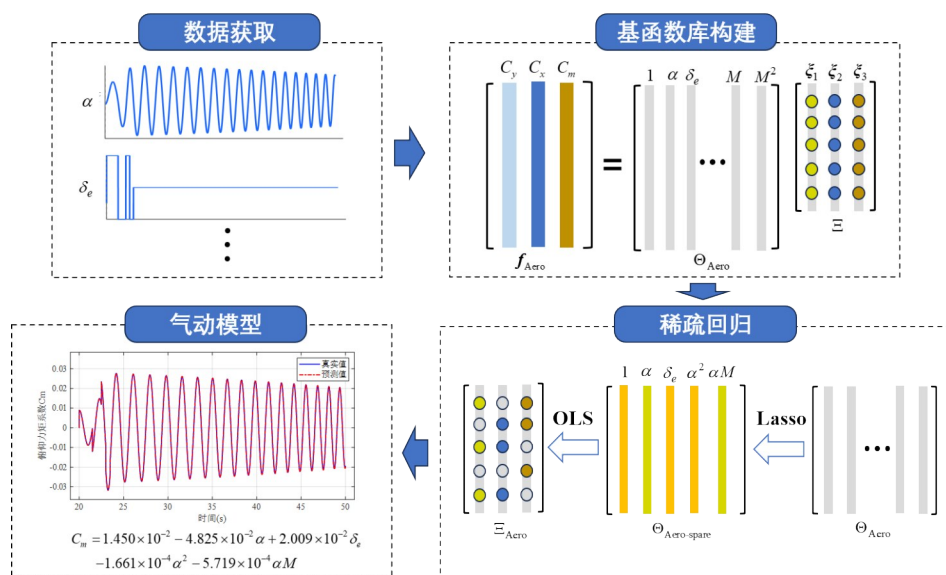


图1 基于SINDy的高速飞行器气动参数辨识方法示意图

Fig. 1 Schematic of aerodynamic identification for hypersonic vehicles based on SINDy

3 飞行仿真

本文基于高速滑翔飞行器的纵向运动方程组与气动模型,通过数值仿真获取所需的飞行数据。仿真过程分为“稳定滑翔”与“开环激励”两个阶段:在稳定滑翔阶段,采用PID控制器对飞行攻角进行闭环控制,使飞行器保持平衡飞行状态;在开环激励阶段,断开控制器并施加“3211”型舵面输入信号^[28],以充分激励出飞行动力学响应过程,获取信息量充足的辨识数据。仿真初始条件设置为 $[V, \theta, \omega_z, x, y, \vartheta] = [2000 \text{ m/s}, 2^\circ, 0 \text{ rad/s}, 0 \text{ km}, 50 \text{ km}, 5^\circ]$,以模拟飞行器在滑翔段的飞行过程。仿真过程中的舵面控制输入和攻角响应如图2所示。

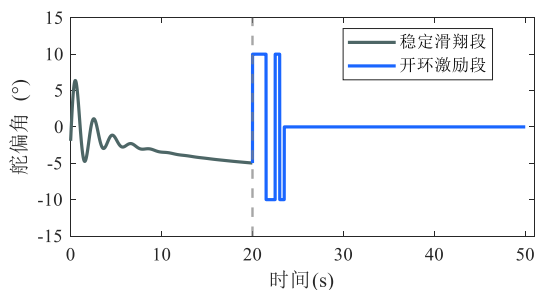
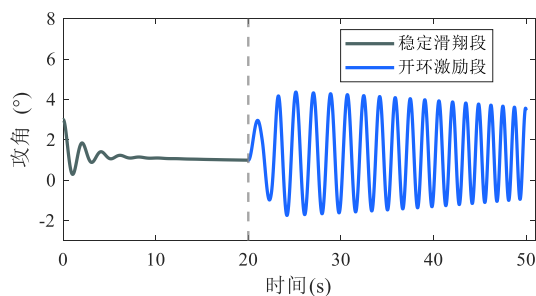
(a) 舵偏角 δ_e (b) 攻角 α

图2 纵向飞行参数随时间变化图

Fig. 2 Time history of longitudinal flight parameters

由图2可以看出,飞行器在0~20 s受闭环控制下保持平衡飞行;20 s断开控制并施加舵偏激励后,导致力矩不平衡,引起攻角呈现明显的周期性振荡变化。该响应主要由飞行器的纵向短周期模态主导^[29],呈现周期短而振幅变化较快的特征,包含两个物理阶段:前期为由持续舵偏激励的强迫振荡,后期为舵面回零后的自由衰减振荡。因此,飞行器角运动相关的状态量呈现“幅值先增长后衰减”的变化趋势。

记录开环激励阶段,即仿真过程20~50 s内的飞行器状态变量、控制输入以及由真实气动模型计算得到的气动力与力矩系数的时序数据。仿真得到的气动系数随时间变化曲线如图3所示。

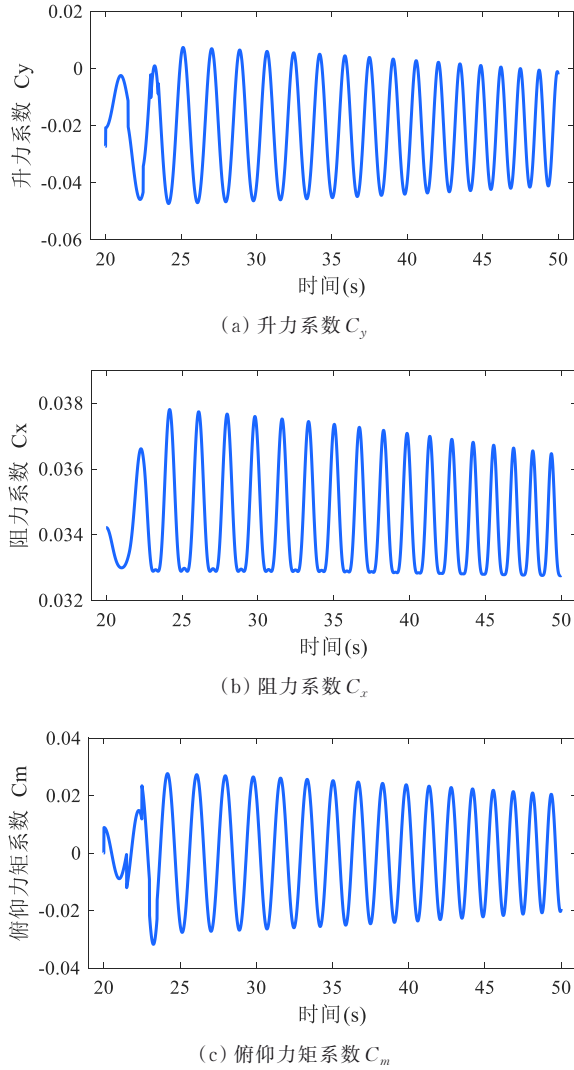


图3 开环激励段气动系数随时间变化图
Fig. 3 Time history of aerodynamic coefficients during open-loop excitation phase

本文用于气动参数辨识的飞行仿真数据源于开环激励阶段。为保证数据能完整覆盖飞行器纵向运动的所有相位信息,截取前 $N(N=1, 2, 3, \dots)$ 个完整的攻角振荡周期的仿真数据作为训练集,用于气动参数模型的训练;将开环激励阶段全部仿真数据作为测试集,用于评估训练得到的模型性能。

4 方法验证与对比分析

为验证所提出方法的有效性,本文首先在数据相对充足的情况下,选取 $N=5$ 个周期的飞行仿真数据作为训练集,对所提出的基于 SINDy 的高速飞行器气动参数辨识方法进行验证。

采用辨识得到的气动模型对气动系数预测值与其真实值的差异对辨识精度进行量化,为避免平衡状态下力矩系数为 0 时出现奇异值,本文使用归一化的均方根误差 (Normalized Root Mean Square Error, NRMSE) 作为评判指标^[30],其数值等于预测误差平方和与真实值平方和之比的平方根,其具体表达式如下:

$$\text{NRMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (C_{\text{pred}-i} - C_{\text{true}-i})^2}{\sum_{i=1}^m C_{\text{true}-i}^2}} \quad (24)$$

式中, $C_{\text{pred}-i}$ 是 SINDy 辨识得到的气动模型对气动系数的预测, $C_{\text{true}-i}$ 是测试集的真实气动系数。

采用 SINDy 方法进行高速飞行器气动参数辨识,得到的不同气动系数稀疏模型的基函数与模型系数如表 1 所示。

表1 气动系数稀疏模型
Table 1 Sparse model of aerodynamic coefficients

	Θ_{Aero}	Ξ	Θ_{Aero}	Ξ
C_y	1	-3.357×10^{-2}	$M\delta_e$	3.276×10^{-1}
	α	4.746×10^{-1}	δ_e^2	6.223×10^{-5}
	δ_e	1.283×10^{-2}	α^3	2.055×10^{-3}
	α^2	7.988×10^{-1}	δ_e^3	1.224×10^{-3}
C_x	1	3.845×10^{-2}	α^3	1.042×10^0
	α	-3.645×10^{-2}	αM	-9.288×10^{-3}
	M	5.226×10^{-3}	$\alpha^2 M$	2.963×10^{-3}
	α^2	4.615×10^{-1}	αM^2	6.152×10^{-4}
C_m	1	1.193×10^{-2}	α^3	-3.416×10^{-1}
	α	-4.191×10^{-1}	$M\delta_e$	3.215×10^{-3}
	δ_e	5.337×10^{-2}	αM^2	2.046×10^{-3}
	αM	2.845×10^{-2}	—	—

由表 1 可知, C_y 、 C_x 与 C_m 初始模型包含的 20 项基函数经过稀疏回归后分别被缩减至 8、8 和 7 项, SINDy 构建的模型用少量的有效项对气动模型实现了显式表达。根据辨识得到的气动模型,对测试集的升力系数、阻力系数与俯仰力矩系数进行预测,预测结果与气动系数真实值的对比如图 4 所示。

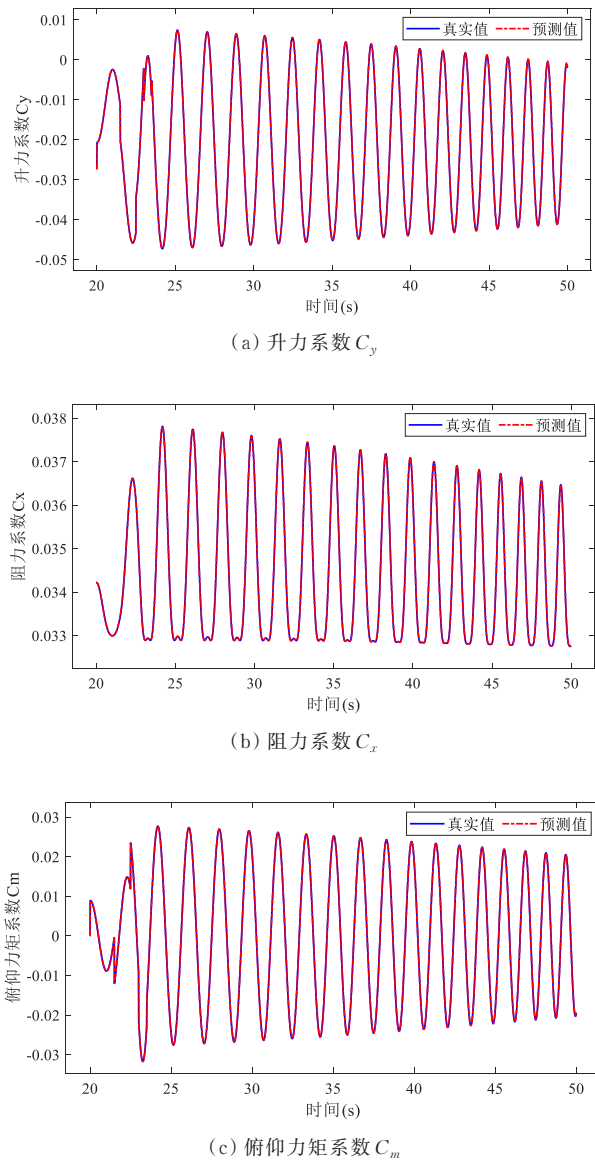


图4 SINDy气动系数预测值与真实值对比图

Fig. 4 Comparison between the SINDy predictions and the real values

从图4中可以看出,通过SINDy方法辨识得到的气动模型预测的气动系数与真实值吻合程度较高,且预测值能够精准捕捉真实值的振荡幅值增长过程,无明显相位偏移,完整复现了系统从初始扰动到稳定振荡的高动态演化过程。进一步,计算得到气动系数 C_y 、 C_x 与 C_m 预测值的误差指标 NRMSE, 分别为 1.645×10^{-3} 、 5.274×10^{-6} 和 3.543×10^{-4} 。由此可见,在样本数据较为充足情况下,SINDy 辨识方法不仅复现了气动系数的周

期性动态特性,且全程无显著累积误差,展现出良好的数值稳定性。上述分析证明了SINDy方法应用于高速飞行器气动参数辨识的有效性。

为进一步评估所提方法在小样本条件下的性能,选取 $N=1 \sim 5$ 个攻角振荡周期的飞行仿真数据作为训练集,采用SINDy方法进行气动参数辨识。鉴于卡尔曼滤波算法在处理强非线性系统时存在显著的线性化误差,本文选取在气动参数辨识中广泛应用的LSM、MLE、BPNN三种典型方法与所提出的SINDy方法进行对比分析。

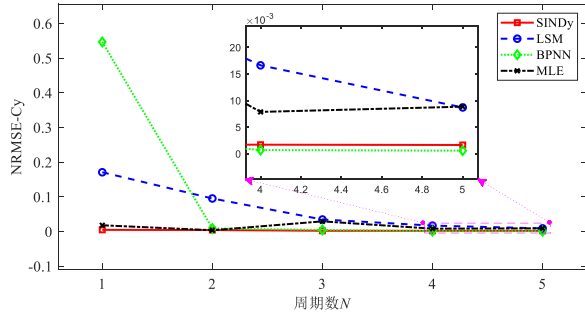
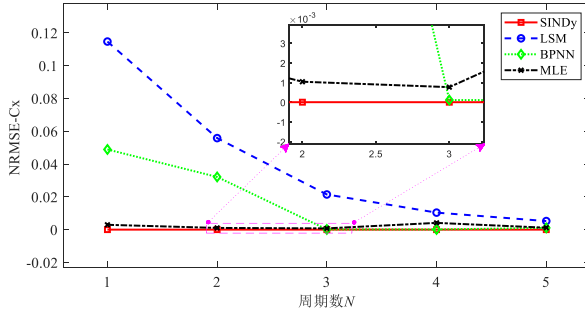
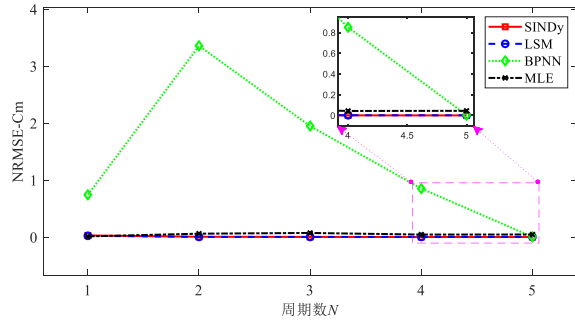
对于LSM和MLE这两种模型驱动的参数辨识方法,需要预设气动模型的基本结构。然而,实际中气动特性的复杂性与测量噪声等因素使得准确模型结构难以获知;若直接采用过完备基函数库,候选基函数间的严重多重共线性将导致参数估计失效,因此需要依据经验与飞行实测数据进行假设。本文参考文献^[31-32]建立的高速滑翔飞行器气动模型,预设 C_y 、 C_x 和 C_m 的气动系数表达式为:

$$\begin{cases} C_y = a_0 + a_1 M + a_2 M^2 + a_3 \alpha + a_4 \alpha^2 + a_5 \delta_e \\ C_x = b_0 + b_1 M + b_2 M^2 + b_3 \alpha + b_4 \alpha^2 + b_5 \delta_e \\ C_m = c_0 + c_1 M + c_2 M^2 + c_3 \alpha + c_4 \alpha^2 + c_5 \delta_e \end{cases} \quad (25)$$

其中, a_i 、 b_i 、 c_i ($i=1, 2, \dots, 5$) 为待估计的气动模型参数,可通过LSM解析求解或MLE优化求解。BPNN属于数据驱动的参数辨识方法,不需要预设气动模型,直接采用仿真得到的弹道数据与气动数据训练神经网络模型。本文选取三层BPNN架构:输入层包含3个参数,分别为控制量 δ_e 和状态量 α 、 M ;输出层为不同气动系数的单输出,为每个模型单独设置;隐藏层采用Tanh激活函数,由于气动系数辨识本质上属于连续值的回归任务,因此输出层采用恒等函数。

采用LSM、MLE、BPNN与SINDy方法开展高速飞行器气动参数辨识,得到 $N=1 \sim 5$ 个周期的训练集数据下具体的辨识误差结果随训练集所包含攻角振荡周期数 N 的变化如图5所示:

进一步,给出 $N=1 \sim 5$ 个周期的训练集数据下具体的辨识误差结果,如表2~表4所示。

(a) 升力系数 C_y (b) 阻力系数 C_x (c) 俯仰力矩系数 C_m 图5 不同方法辨识误差随周期数 N 变化图Fig. 5 Variation of identification errors with number of cycles N for different methods表2 不同周期数下各方法对 C_y 辨识误差
Table 2 Identification errors of C_y for different methods under varying cycle numbers N

N	C_y 辨识误差 NRMSE			
	LSM	MLE	BPNN	SINDy
1	1.706×10^{-1}	1.766×10^{-2}	5.465×10^{-1}	4.384×10^{-3}
2	9.497×10^{-2}	3.361×10^{-3}	8.373×10^{-3}	3.902×10^{-3}
3	3.430×10^{-2}	2.897×10^{-2}	4.150×10^{-3}	1.758×10^{-3}
4	1.663×10^{-2}	7.868×10^{-3}	6.876×10^{-4}	1.700×10^{-3}
5	8.707×10^{-3}	8.855×10^{-3}	5.729×10^{-4}	1.645×10^{-3}

表3 不同周期数下各方法对 C_x 辨识误差
Table 3 Identification errors of C_x for different methods under varying cycle numbers N

N	C_x 辨识误差 NRMSE			
	LSM	MLE	BPNN	SINDy
1	1.147×10^{-1}	2.949×10^{-3}	4.890×10^{-2}	8.514×10^{-6}
2	5.582×10^{-2}	1.046×10^{-3}	3.214×10^{-2}	6.257×10^{-6}
3	2.144×10^{-2}	7.710×10^{-4}	1.155×10^{-4}	5.580×10^{-6}
4	1.038×10^{-2}	4.124×10^{-3}	1.108×10^{-4}	5.420×10^{-6}
5	5.228×10^{-3}	1.169×10^{-3}	1.068×10^{-3}	5.274×10^{-6}

表4 不同周期数下各方法对 C_m 辨识误差
Table 4 Identification errors of C_m for different methods under varying cycle numbers N

N	C_m 辨识误差 NRMSE			
	LSM	MLE	BPNN	SINDy
1	2.183×10^{-2}	1.166×10^{-2}	7.414×10^{-1}	2.784×10^{-2}
2	2.229×10^{-3}	5.917×10^{-2}	3.356×10^0	4.945×10^{-3}
3	2.175×10^{-3}	7.183×10^{-2}	1.948×10^0	2.345×10^{-3}
4	1.892×10^{-3}	4.325×10^{-2}	8.506×10^{-1}	8.892×10^{-4}
5	1.383×10^{-3}	4.446×10^{-2}	3.671×10^{-3}	3.543×10^{-4}

综合 $N=1\sim 5$ 个周期的训练集数据下的辨识误差进行分析。在整体精度与稳定性方面, SINDy 方法在不同气动系数与样本规模下均展现出优越性能, 尤其是在小样本条件下仍能保持较小的误差, 且在多数周期数与气动系数上表现出最优或接近最优的辨识精度, 整体稳定性较高。LSM 方法受限于预设模型的准确性, 在高速飞行器复杂气动特性下, 当训练数据较少时, 模型预设与实际复杂气动特性的偏差被放大, 且多模型项之间存在较强相关性, 易导致参数估计时信息矩阵出现病态, 致使辨识结果不准确^[33]; 但是, 通过增大训练集样本数据规模可促使 LSM 的辨识精度快速提升。

MLE 方法在不同周期数下的辨识误差保持平稳, 这主要得益于其基于似然准则的优化框架, 能够在预设模型结构下有效适应数据规模的变化, 从而表现出较好的精度稳定性。然而, 尽管通过优化过程提升了参数估计的适应性, MLE 对气动

系数的辨识误差相较于SINDy方法仍然大1~3个数量级。这一差距反映出模型驱动方法在面对高速飞行器强非线性气动特性时,其依赖预设气动模型准确性的固有缺陷。

BPNN作为数据驱动的方法,对数据规模与数据分布高度敏感,其辨识误差随周期数变化最为剧烈。当训练数据不足时,模型易出现过拟合,导致误差剧烈波动;即使数据量增加,其稳定性仍远逊于MLE与SINDy方法,难以满足高速飞行器气动参数辨识的可靠性需求。

为了验证所提SINDy方法在小样本条件下的模型辨识能力,并保证对比评估的公平性,本节在 $N=1$ 的样本条件下引入逐步回归(Stepwise Regression, SR)方法^[34]作为对比基线。逐步回归是一种基于显著性检验的变量选择方法,其通过在每一步迭代中对候选变量进行引入或剔除操作,逐步筛选出对模型贡献显著的项。基于式(22)所示的候选基函数库,采用SINDy方法与逐步回归法进行气动参数辨识,得到的不同气动系数模型的基函数与模型系数分别如表2与表3所示。

表5 气动系数稀疏模型——SR
Table 5 Sparse model of aerodynamic coefficients—SR

	Θ_{Aero}	Ξ	Θ_{Aero}	Ξ
C_y	1	-3.376×10^{-2}	$M\delta_e$	-5.032×10^{-2}
	α	5.245×10^{-1}	α^3	3.414×10^{-1}
	δ_e	2.560×10^{-2}	αM^2	-1.360×10^{-3}
	α^2	7.977×10^{-1}	$\alpha \delta_e^2$	-3.501×10^{-5}
	M^2	5.310×10^{-6}	$\alpha M \delta_e$	-1.208×10^{-7}
C_x	1	3.6343×10^{-2}	α^3	1.042×10^0
	α	-6.421×10^{-2}	M^3	-4.751×10^{-6}
	α^2	4.436×10^{-1}	αM^2	-1.629×10^{-4}
C_m	1	1.937×10^{-3}	$\alpha^2 \delta_e$	-1.793×10^{-3}
	δ_e	4.385×10^{-2}	αM^2	1.559×10^{-3}
	δ_e^2	3.279×10^{-1}	$M^2 \delta_e$	-2.715×10^{-4}
	α^3	-4.561×10^{-1}	$\alpha \delta_e^2$	-1.882×10^1
	$\alpha^2 M$	1.028×10^{-3}	—	—

表6 气动系数稀疏模型——SINDy
Table 6 Sparse model of aerodynamic coefficients—SINDy

	Θ_{Aero}	Ξ	Θ_{Aero}	Ξ
C_y	1	-3.356×10^{-2}	α^2	7.97×10^{-1}
	α	5.597×10^{-1}	α^3	3.415×10^{-1}
	δ_e	2.530×10^{-2}	αM	-1.405×10^{-2}
C_x	1	3.845×10^{-2}	α^3	1.042×10^0
	α	3.068×10^{-2}	αM	-1.121×10^{-2}
	M	5.226×10^{-4}	$\alpha^2 M$	-2.959×10^{-3}
	α^2	4.615×10^{-1}	αM^2	7.74×10^{-4}
C_m	1	1.161×10^{-2}	$\alpha \delta_e^2$	-4.586×10^{-1}
	α	9.084×10^{-1}	αM	-4.788×10^{-1}
	δ_e	2.089×10^{-1}	$\delta_e M$	-5.579×10^{-2}
	α^2	6.296×10^{-3}	αM^2	4.060×10^{-2}
	δ_e^2	1.036×10^{-2}	$M^2 \delta_e$	4.440×10^{-3}
	α^3	-4.648×10^{-1}	—	—

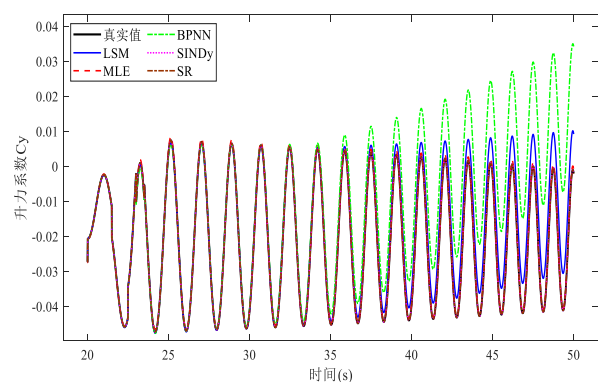
由表中信息可知, SINDy和逐步回归法辨识的模型均用少量的有效项对气动系数实现了显式表达。根据辨识得到的气动模型,对测试集中 C_y 、 C_x 和 C_m 进行预测, SINDy预测结果的归一化均方根误差分别为 4.384×10^{-3} 、 8.514×10^{-6} 、 2.784×10^{-2} ;逐步回归法预测结果的归一化均方根误差分别为 4.239×10^{-5} 、 4.661×10^{-5} 、 1.063×10^0 。

可见,对于 C_x 和 C_m 的辨识, SINDy均优于逐步回归,尤其对于 C_m , SINDy的归一化均方根误差较逐步回归降低了近两个数量级。这是由于 C_m 真实模型结构包含状态变量的高阶交叉项,非线性较强。逐步回归法在面对20个候选基函数时,受限于样本信息量的匮乏和基函数选取的排序,极易在初始步骤中误选影响相当的相关项,导致辨识过程收敛于局部最优。本文所提SINDy方法基于松弛Lasso,在所有基函数构成的空间中同时施加L1惩罚约束对凸优化问题进行求解,得到兼顾模型稀疏性与拟合精度的全局最优解。SINDy辨识得到的 C_m 模型虽然在项数上多于逐步回归,但其精度却优于后者,原因是逐步回归辨识的气动模型包含了大量错误的交叉项,并忽略了 α 等关键

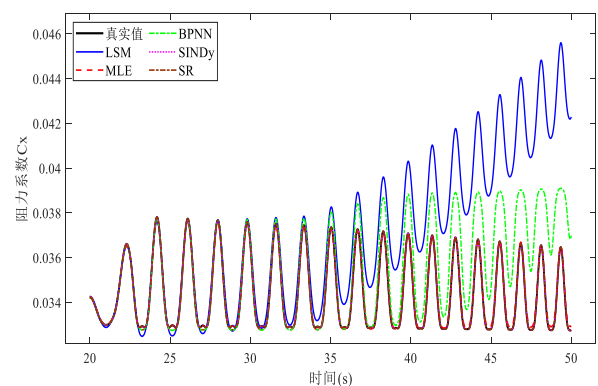
的气动导数项。

SINDy对 C_y 的辨识误差略大于逐步回归法,主要归因于基于LASSO的L1正则化机制对模型复杂度施加了全局约束,部分高阶交叉项对预测误差的贡献未能超过惩罚阈值,导致系数被收缩至零。最终,SINDy辨识得到的 C_y 气动模型仅保留起主导作用的6个基函数。这一稀疏化处理在降低模型复杂度的同时牺牲了少量拟合精度,从而导致了测试误差的微增。

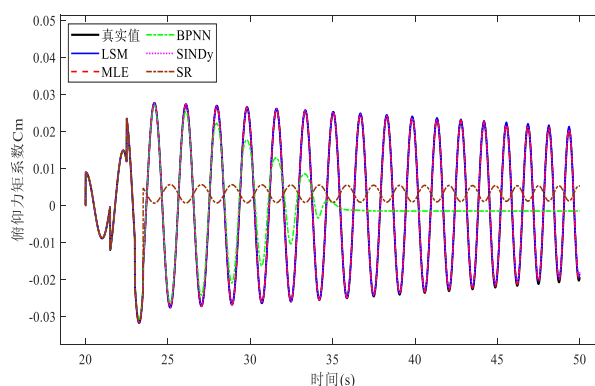
为进一步展示SINDy方法在小样本数据规模下对高速飞行器气动参数辨识的优势,给出单周期样本条件下,不同方法的气动系数预测结果的对比,如图6所示。



(a) 升力系数 C_y



(b) 阻力系数 C_x



(c) 俯仰力矩系数 C_m

图6 单周期样本下不同方法气动系数预测值对比图
Fig. 6 Comparison of aerodynamic coefficient predictions by different methods under single-cycle sample conditions

由图6可以看出,SINDy方法的气动系数预测值与真实值高度吻合,对各气动系数预测中均能精准复现真实值的振荡幅值与频率,波形几乎完全重叠。相比之下,BPNN方法在预测后期出现显著发散;LSM方法的预测误差随时间推移呈现累积增大趋势,以 C_x 的预测为例,其曲线在后期与真实值的偏离程度愈发明显;MLE方法的预测虽表现相对稳定,但其辨识精度仍不及SINDy;逐步回归法(SR)对 C_y 、 C_x 的预测值与真实值吻合良好,但对 C_m 的预测出现显著发散。

气动参数辨识方法最终需面向真实飞行试验场景,本节围绕抗噪性能与弹道重构能力,对SINDy方法的工程适用性进行分析。首先利用各方法在单周期样本条件下辨识得到的气动模型开展弹道重构,得到弹道曲线对比如图7所示。

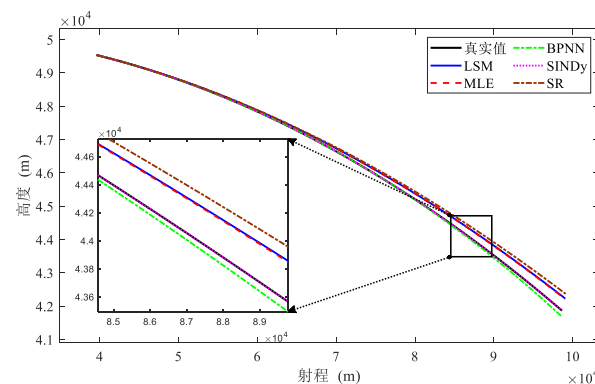


图7 不同方法弹道重构对比图

Fig. 7 Comparison of trajectory reconstruction results by different methods

由图7可知,在弹道重构验证中,单周期样本条件下SINDy方法辨识模型所重构的射程-高度曲线与真实弹道全程高度贴合,偏差始终维持在极小范围之内;相比之下,BPNN、LSM、MLE与SR方法的重构弹道虽整体趋势与真实值一致,但随射程增加出现显著发散,偏差明显大于SINDy。这一结果证明了SINDy方法在小样本条件下具有很好的辨识精度与工程适用性,其优势不仅体现在气动系数的单点预测上,更延伸至弹道的重构能力。

在真实飞行试验中,测量数据不可避免地含有误差和噪声,从而对气动参数辨识造成影响。为检验SINDy在噪声环境下的辨识性能,本文在 $N=1$ 的样本条件下,对飞行器攻角、加速度等可测量数据上叠加2%的随机噪声,含噪声的飞行仿真数据 $u'(t)$ 定义如下:

$$u'(t) = u(t) + \beta \cdot \sigma(u) \cdot \text{rand}(t) \quad (26)$$

式中: $u(t)$ 为无噪声飞行仿真数据; β 为噪声水平系数($\beta=2\%$); $\sigma(u)$ 为原始数据标准差; $\text{rand}(t) \sim N(0,1)$ 为标准正态随机噪声。利用含有测量噪声的数据,采用SINDy方法进行气动参数辨识,得到 C_y 、 C_x 和 C_m 的归一化均方根误差(NRMSE)分别为 3.461×10^{-2} 、 3.241×10^{-3} 、 1.769×10^{-1} ,进一步计算得到气动系数预测值的平均相对误差分别为1.017%、0.1184%和7.275%,均在10%以内,满足一般工程应用需求^[35]。

5 结 论

针对高速飞行器气动参数辨识中存在的样本数据稀缺与强非线性气动特性导致传统辨识方法辨识精度低下的问题,本文提出了一种基于SINDy的高速飞行器气动参数辨识方法,得到结论如下:

1) 本文所提出的方法在无需预设气动模型的情况下,能够从小样本飞行数据中辨识出具有明确物理含义的稀疏气动模型,有效解决了传统模型驱动方法依赖准确机理模型、而数据驱动方法依赖大规模样本数据的缺陷。

2) 应用SINDy方法实现了在小样本数据条件下对高速飞行器强非线性气动特性的高精度辨

识。结果对比表明,SINDy的误差量级远小于LSM、MLE和BPNN方法,且其在小样本条件下即可较高精度地预测高速飞行器非线性气动特性;较于逐步回归法,SINDy基于L1正则化的全局优化机制能够有效克服变量选择的路径依赖性问题,避免因误选相关项而陷入局部最优。

3) 所提出的基于SINDy的高速飞行器气动辨识方法兼顾高精度、小样本适应性与抗噪性能,辨识出的模型具有良好的弹道重构能力,能够为高速飞行器飞行控制系统提供气动模型支撑,支撑高速飞行器技术工程化。

参 考 文 献

- [1] 刘磊,曹立佳,郭川东,等.基于物理信息神经网络的高超声速飞行器闭环参数辨识[J].兵器装备工程学报,2025,46(8):250-258.
Liu Lei, Cao Lijia, Guo Chuandong, et al. The closed-loop parameter identification of hypersonic vehicles based on physics-informed neural networks [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2025, 46(8): 250-258. (in Chinese)
- [2] 唐志共,袁先旭,钱炜祺,等.高速空气动力学三大手段数据融合研究进展[J].空气动力学学报,2023(8):44-58.
Tang Zhigong, Yuan Xianxu, Qian Weiqi, et al. Research progress on the fusion of data obtained by high-speed wind tunnels, CFD and model flight [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2023(8): 44-58. (in Chinese)
- [3] Fang Z, Li Z, Jia Z Y, et al. Dynamic modeling and observer-based fixed-time backstepping control for a hypersonic morphing waverider [J]. Applied Sciences, 2024, 14(13): 5924.
- [4] 康其庄,王康健,易文俊,等.有控弹箭气动参数辨识技术[J].兵器装备工程学报,2024,45(5):209-214.
Kang Qizhuang, Wang Kangjian, Yi Wenjun, et al. Research on aerodynamic parameter identification technology of controlled projectile [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2024, 45(5): 209-214. (in Chinese)
- [5] 浦甲伦,韩业鹏,张亮.飞行器气动参数智能在线辨识技术研究[J].宇航总体技术,2018,2(6):1-9.
Pu Jialun, Han Yepeng, Zhang Liang. Research on intelligent online identification technology for aerodynamic parameters of aircraft [J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2018, 2(6): 1-9. (in Chinese)
- [6] Greenberg H. A survey of methods for determining stability parameters of an airplane from dynamic flight measure-

- ments: NACA-TN-2340[R]. NACA, 1951.
- [7] Bai W Y, Jia R Z, Yu P, et al. On extended state Kalman filter-based identification algorithm for aerodynamic parameters[J]. *Control Theory and Technology*, 2024, 22(2): 235-243.
- [8] 耿宏, 段振亚. 基于改进 SPBO 优化算法的飞机气动参数辨识[J]. *兵器装备工程学报*, 2021, 42(10): 176-181.
Geng Hong, Duan Zhenya. Aerodynamic parameter identification of aircraft based on improved SPBO[J]. *Journal of Ordnance Equipment Engineering*, 2021, 42(10): 176-181. (in Chinese)
- [9] 侯现钦, 王良明, 傅健. 差分进化智能算法在高超声速气动辨识中的应用[J]. *弹箭与制导学报*, 2020, 40(3): 103-107.
Hou Xianqin, Wang Liangming, Fu Jian. Application of differential evolution intelligent algorithm in high-vibration aerodynamic identification[J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2020, 40(3): 103-107. (in Chinese)
- [10] Yang B L, Wang L M, Fu J. Adaptive PSO-SO algorithm with Sobol sequence for aerodynamic physical parameter identification of projectiles[J]. *AIP Advances*, 2024, 14(10): 105120.
- [11] 何开锋, 汪清, 钱炜祺, 等. 高超声速飞行器气动力/热参数辨识研究综述[J]. *实验流体力学*, 2011, 25(5): 99-104.
He Kaifeng, Wang Qing, Qian Weiqi, et al. Review of aerodynamic and aero-thermodynamic parameter estimation research for hypersonic aircraft[J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2011, 25(5): 99-104. (in Chinese)
- [12] Wei C Z, Lv J X, Li Y L, et al. SVR-ND method for online aerodynamic parameter estimation[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 207204-207215.
- [13] Verma H O, Peyada N K. Aircraft parameter estimation using ELM network[J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2020, 92(6): 895-907.
- [14] 付军泉, 钟伯文, 钟运琴, 等. 基于物理信息神经网络的飞机气动参数辨识方法[J]. *空气动力学学报*, 2023, 41(9): 30-37.
Fu Junquan, Zhong Bowen, Zhong Yunqin, et al. A physics informed neural network based method for aircraft aerodynamic parameter identification[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2023, 41(9): 30-37. (in Chinese)
- [15] 胡碧宸, 胡亮亮, 刘玉玺, 等. 离线学习与在线修正的运载火箭气动参数辨识[J]. *航空学报*, 2025, 46(增刊1): 207-217.
Hu Bichen, Hu Liangliang, Liu Yuxi, et al. Aerodynamic parameter identification of launch vehicle based on offline learning and online correction[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2025, 46(S1): 207-217. (in Chinese)
- [16] 唐志共, 朱林阳, 向星皓, 等. 智能空气动力学若干研究进展及展望[J]. *空气动力学学报*, 2023, 41(7): 1-35.
Tang Zhigong, Zhu Linyang, Xiang Xinghao, et al. Some research progress and prospect of Intelligent Aerodynamics[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2023, 41(7): 1-35. (in Chinese)
- [17] Brunton S L, Proctor J L, Kutz J N. Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2016, 113(15): 3932-3937.
- [18] Lee H S, Lee D W, Bang H C. Aerodynamic model identification of a vtol tailsitter UAV using sparse identification of nonlinear dynamics[C]// ICAS proceedings. US: ICAS, 2024: 1-10.
- [19] 童金阳, 寇家庆, 张伟伟, 等. 飞行器非定常气动力的稀疏识别建模方法研究[J]. *航空学报*, 2026, 47(13): 132764.
Tong Jinyang, Kou Jiaqing, Zhang Weiwei, et al. Sparse identification modeling method for unsteady aerodynamics of aircraft[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2026, 47(13): 132764. (in Chinese)
- [20] 王建华, 刘鲁华, 王鹏, 等. 高超声速飞行器纵向平面滑翔飞行制导控制方法[J]. *国防科技大学学报*, 2017, 39(1): 58-66.
Wang Jianhua, Liu Luhua, Wang Peng, et al. Longitudinal integrated guidance and control scheme for hypersonic vehicle in glide phase[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2017, 39(1): 58-66. (in Chinese)
- [21] 李惠峰, 肖进, 林平. 基于参数化外形的通用大气飞行器建模与分析[J]. *宇航学报*, 2011, 32(11): 2305-2311.
Li Huifeng, Xiao Jin, Lin Ping. Modeling and analyzing of common aero vehicle with parametric configuration[J]. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(11): 2305-2311. (in Chinese)
- [22] 徐慧, 蔡光斌, 张胜修. 高超声速滑翔飞行器再入气动系数改进拟合模型[J]. *宇航学报*, 2021, 42(9): 1139-1149.
Xu Hui, Cai Guangbin, Zhang Shengxiu. Modified aerodynamic coefficient fitting models of hypersonic gliding vehicle in reentry phase[J]. *Journal of Astronautics*, 2021, 42(9): 1139-1149. (in Chinese)
- [23] 刘建伟, 崔立鹏, 刘泽宇, 等. 正则化稀疏模型[J]. *计算机学报*, 2015, 38(7): 1307-1325.
Liu Jianwei, Cui Lipeng, Liu Zeyu, et al. Survey on the reg-

- ularized sparse models[J]. Chinese Journal of Computers, 2015, 38(7): 1307-1325. (in Chinese)
- [24] Meinshausen N. Relaxed Lasso[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2007, 52(1): 374-393.
- [25] Friedman J, Hastie T, Höfling H, et al. Pathwise coordinate optimization[J]. The Annals of Applied Statistics, 2007, 1(2): 302-332.
- [26] 尚盼, 孔令臣. 正则化回归模型的最优调节参数选择[J]. 数值计算与计算机应用, 2024, 45(2): 154-173.
Shang Pan, Kong Lingchen. The optimal tuning parameter selection for regularized regression models[J]. Journal on Numerical Methods and Computer Applications, 2024, 45(2): 154-173. (in Chinese)
- [27] Morelli E A. Global nonlinear aerodynamic modeling using multivariate orthogonal functions[J]. Journal of Aircraft, 1995, 32(2): 270-277.
- [28] 杨闯, 张强. 用于战术导弹气动参数辨识的输入设计研究[J]. 现代防御技术, 2017, 45(5): 35-41, 71.
Yang Chuang, Zhang Zhen. Input design for the aerodynamic parameters identification of tactical missile[J]. Modern Defence Technology, 2017, 45(5): 35-41, 71. (in Chinese)
- [29] 曹爽, 叶正寅, 李恒. 高超声速飞行器非线性纵向运动稳定性研究[J]. 飞行力学, 2021, 39(1): 12-17.
Cao Shuang, Ye Zhengyin, Li Heng. Research on nonlinear longitudinal motion stability of hypersonic vehicle[J]. Flight Dynamics, 2021, 39(1): 12-17. (in Chinese)
- [30] 王超, 王贵东, 白鹏. 飞行仿真气动力数据机器学习建模方法[J]. 空气动力学学报, 2019, 37(3): 488-497.
Wang Chao, Wang Guidong, Bai Peng. Machine learning method for aerodynamic modeling based on flight simulation data[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2019, 37(3): 488-497. (in Chinese)
- [31] Gao Y, Cai G B, Yang X G, et al. Improved tentacle-based guidance for reentry gliding hypersonic vehicle with No-fly zone constraint[J]. IEEE Access, 2019, 7: 119246-119258.
- [32] 孙勇, 段广仁, 张卯瑞, 等. 高超声速飞行器再入过程改进气动系数模型[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(1): 134-137.
Sun Yong, Duan Guangren, Zhang Maorui, et al. Modified aerodynamic coefficient models of hypersonic vehicle in reentry phase[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(1): 134-137. (in Chinese)
- [33] 白斌, 徐敏, 祝小平, 等. 正交多项式在非定常气动建模上的运用[J]. 飞行力学, 2013, 31(5): 398-401.
Bai Bin, Xu Min, Zhu Xiaoping, et al. Nonlinear aerodynamic modeling using on orthogonal polynomials[J]. Flight Dynamics, 2013, 31(5): 398-401. (in Chinese)
- [34] Klein V, Batterson J G, Murphy P C. Determination of airplane model structure from flight data by using modified stepwise regression: NASA TP-1916 [R]. Hampton, VA, USA: NASA Langley Research Center, 1981.
- [35] Tischler M B, Remple R K. Aircraft and rotorcraft system identification: Engineering methods with flight-test examples [M]. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.

(编辑:马文静)